|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | |
| Федеральное государственное бюджетное  образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» | | |
|  | | |
| Кафедра прикладной математики | | |
| Лабораторная работа №2 | | |
| по дисциплине «Уравнения математической физики» | | |
| **Решение нелинейных начально-краевых задач** | | |
|  | | |
|  |  |  |
| Группа ПМ-92 | Артюхов Роман |
| Вариант 3 |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| Преподаватели | Задорожный А. Г. |
|  | Патрушев и. и. |
| Новосибирск, 2022 | | |

Цель работы

Разработать программу решения нелинейной одномерной краевой задачи методом конечных элементов. Провести сравнение метода простой итерации и метода Ньютона для решения данной задачи.

Задача (вариант 3)

Уравнение:



Базисные функции – линейные. Краевые условия всех типов.

Анализ

Система нелинейных уравнений:

, где:





Метод простой итерации



Поскольку случай одномерный, линейные базисные функции на конечном элементе могут быть записаны в виде:





Получаем: 

Вид локальной матрицы будет следующим:



Матрица жесткости (2x2):





На диагонали матрицы жесткости: 

Вне диагонали матрицы жесткости: 

Остальная часть: 

Следовательно матрица жесткости выглядит следующим образом:



Матрица масс:



Вектор правой части:



Метод Ньютона

Метод Ньютона основан на линеаризации нелинейных уравнений нашей системы с использованием разложения в ряд Тейлора. Каждый нелинейный член уравнения представляется в виде разложения в ряд Тейлора в окрестности вектора весов q0:





В результате получаем новую СЛАУ ALq=bL:

Для нашей задачи матрица и правая часть выглядит следующим образом:



Выпишем производные:





Для выхода из итерационного процесса воспользуемся формулой:



Для ускорения процесса сходимости нелинейной задачи, ищем следующие приближения по формуле:



Учет краевых условий

Для учета первых краевых условий нужно сделать следующее: соответствующий диагональный элемент заменяют единицей, а соответствующую координату вектора правой части значением *qi*, где *qi* – есть первое краевое условие в узле.

При учете вторых краевых условий идет добавка значения  к глобальному вектору.

При учете третьих краевых условий идет добавка значения  к диагональному элементу глобальной матрицы и значения  к глобальному вектору.